

Mellem sprog og billeder

Om strategier til ordblinde elever i
matematikvanskeligheder



Af Jesper J. S. Sørensen (109445)

Indholdsfortegnelse

1. Indledning.....	3
2. Problemformulering	3
3. Metode	4
Del I - Hvad skal læreren vide?	4
5. Sprog og billeder i matematikken.....	4
6. Mellem sprog og billeder	5
7. Strategier	7
7.1 Metakognitive strategier	7
Del II - Lærerens refleksion og handling	8
8. Visuel tænkning med afsæt i sproget	8
8.1 Om at formulere og lytte	8
8.2 Betydningskort.....	9
8.3 At arbejde med prøvesæt.....	10
9. Udvikling af evnen til at arbejde visuelt	11
9.1 Indledende øvelser	11
9.2 Flipped learning	11
10. LOTUS - en metakognitiv strategi	12
11. Konklusion	15
12. Litteraturliste	16
Bilag 1 - Ordblind i matematikundervisningen.....	17
Bilag 2 - Eksempler på problemløsningsmodeller	19
Bilag 3 - GPS løbet "Generalen og soldaten"	20
Bilag 4 - Skabelon betydningskort	21
Bilag 5 - Øvelse i overstregning	22
Bilag 6 - Regnehistorier	23

1. Indledning

Matematik er en stor del af vores liv - både under og efter skoletiden, og matematikområdet har betydning for vores deltagelse i civilsamfund og uddannelse (Lindenskov, 2010, s. 2). Alle skal lære matematik, men nogle finder det svært. I PISA-2003 fremgik det, at 16% af de danske 15-årige præsterede utilstrækkeligt for at kunne leve op til morgendagens krav. Endvidere har undersøgelser vist, at en stor del af danskerne har utilstrækkelige læse-regne-færdigheder ift. de krav, som stilles på arbejde og i dagligdagen (Jensen & Holm, 2000, s. 7-8).

Udfordrende møder med matematik kender jeg særligt godt som matematiklærer på ordblind efterskolen Farsø Efterskole (FE), hvor jeg underviser de svageste elever i 9. klasse. Nedenstående citat kan jeg derfor relatere til:

"It is estimated that 10 per cent of dyslexic children are gifted mathematically. The British Dyslexia Association (2011) suggests that 40 to 50 per cent have no signs of problems, which leaves the remaining 50 per cent showing difficulty with some aspects of mathematics. In spite of this Miles and Miles (2004) stated that a high level of success is possible for these children provided they are given appropriate help" (Henderson, 2012, s. 2).

Trods udfordringer på matematikområdet, så er der stadig gode muligheder for succesoplevelser med den rette hjælp. Dette indebærer, at undervisningen giver eleverne strategier til at afhjælpe deres ofte mangelfulde læseforståelse, som giver dem et svagt udgangspunkt i matematik.

Som matematiklærer på FE finder jeg det derfor interessant at undersøge, hvordan jeg kan udvikle strategier til ordblinde elever i matematikvanskeligheder, som giver dem optimale muligheder for at kunne læse, forstå og regne en tekstbaseret matematikopgave. I forlængelse heraf er det min erfaring, at de visuelle repræsentationer af matematiske problemstillinger er altafgørende for at udvikle en god forståelse, hvilket eksemplificeres med nedenstående eksempel:

Anne Olsen er talblind og derfor en del af de 16%, som har vanskeligheder i matematik, og hun giver et godt råd til underviseren: *"Forsøg at ændre din undervisning engang i mellem. Måske jeg bedre forstår visse matematiske ting, hvis der bliver tegnet og fortalt kreativt"* (Olsen).

Behovet for matematik, mine egne erfaringer og Anne Olsens gode råd har henledt mig til at formulere nedenstående problemformulering.

2. Problemformulering

Hvilke muligheder findes for at udvikle strategier til mødet med tekstbaserede matematikopgaver for ordblinde elever i matematikvanskeligheder? I forlængelse deraf ønsker jeg at undersøge, hvordan man kan udvikle elevernes evne til at skabe visuelle repræsentationer.

3. Metode

I besvarelsen af min problemformulering undersøger jeg sproget i matematikken med teori fra Lunde, da elevernes udfordringer med sproget har betydning for evnen til at skabe visuelle repræsentationer. Dernæst bruger jeg Duvals teori om registre for at fremhæve, hvordan eleven skifter fra en sproglig til en visuel repræsentation, samt hvorfor det er vigtigt, at eleverne får skabt visuelle repræsentationer, når de skal løse en tekstbaseret matematikopgave. Med afsæt i teorien præsenterer jeg muligheder for undervisningstiltag, der udvikler elevernes evne til at skifte mellem registre og til at skabe visuelle repræsentationer.

Strategier og deres anvendelse begrundes ud fra Ostad, hvortil jeg bruger forskning til at underbygge mit argument, at eleverne skal bruge en metakognitiv strategi, når de, i mødet med tekstbaserede matematikopgaver, skal skifte mellem registre. Afslutningsvis introducerer jeg min problemløsningsmodel (LOTUS) som en metakognitiv strategi til mødet med tekstbaserede opgaver. Hertil gør jeg brug af hjemmesiden matematik-kassen.dk, som jeg har udviklet til denne opgave for at give eleverne et stilladserende hjælpemiddel i deres udregning i LOTUS.

Indsamling af empiri har, jf. opgavens rammer, ikke været muligt, hvorfor mine argumenter og konklusion på opgaven underbygges af den valgte teori, forskning og egne erfaringer.

Del I - Hvad skal læreren vide?

I denne del vil jeg redegøre for, hvad læreren skal vide for at kunne udvikle strategier til mødet med tekstbaserede matematikopgaver. For uddybning af ordblinde elevers særlige udfordringer i matematik, på bl.a. arbejdshukommelsen og den fonologiske sløjfe, henvises til bilag 1.

5. Sprog og billeder i matematikken

Sproget i matematik er det første fremmedsprog, som eleven møder i skolen, og det kan hurtigt skabe store udfordringer og give anledning til frustrationer. Fælles for ordblinde elever i matematikvanskeligheder er deres begrænsede ordforråd og begrebsforståelse. Dette begrundes med citatet *"Mange af de elever, der har fået diagnosen regnevanskeligheder, har ikke kun vanskeligheder med det matematiske indhold, men de har også vanskeligheder med sproget og kommunikationen"* (Lunde, 2002, s. 50). Her ses bort fra, om eleven har fået diagnosen regnevanskeligheder eller ej, men betragtes blot ud fra det faktum, at eleven befinder sig i en grad af matematikvanskeligheder.

Mange elever i matematikvanskeligheder, herunder også ordblinde elever i matematikvanskeligheder, har ofte mangler i deres grundlæggende begrebssystemer (Lunde, 2002). Dette eksemplificeres ved nedenstående tabel:

Farve	Form	Størrelse	Stilling	Plads	Retning
Rød	Rund	Bredde	Lodret	På	Fremad
Blå	Buet	Længde	Vandret	Over	Bagud
Gul	Ret	Højde	Skrå	Under	Mod højre
Grøn	Vinkel	Lille	Liggende	Først	Mod venstre
Brun	Firkant	Stor	Siddende	Sidst	Etc.
Etc.	Trekant	Større	Etc.	Mellem	
	Kugle	Mindre		Efter	
	Etc.	Størst		Venstre	
		Mindst		Højre	
		Etc.		Etc.	

Lunde & Wahl, 2002, s. 52

Ovenstående i tabel er strukturer for før-faglige ord, som eleverne skal arbejde med. Endvidere er det vigtigt at arbejde med faglige ord¹ og betydningen af ord i bydeform, som ofte indleder en opgave fx forklar, vis, skriv, undersøg, aflæs, udregn osv. Ligeledes er opgaver, hvor eleven skal give en løsning ved at beskrive og forklare, en stor udfordring jf. deres begrænsninger i sproget.

For at kunne anvende strategier til at forstå og løse matematiske problemer, så må eleven altså have en hvis grad af begrebsforståelse og sprogfærdighed, hvorfor sproget skal være et centralt fokus for underviseren, når eleverne lærer matematik og skal udvikle strategier til mødet med tekstbaserede matematikopgaver. Men hvordan hænger sproget og det visuelle sammen?

6. Mellem sprog og billeder

Matematik og dets sprog baserer sig på semiotiske systemer². Raymond Duval mener, at man i matematik, som udspiller sig i en kontekst af repræsentationer, kun kan skabe forståelse for de matematiske begreber via det semiotiske system:

"The representational contexts which are necessarily used in mathematical activity are semiotic" (Duval, 2006, s. 1)

Det semiotiske system og grænserne mellem repræsentationsformerne øger sværhedsgraden i matematik, hvorfor evnen til at skifte og vælge mellem repræsentationerne er grundlæggende for elevernes læring af matematik. Hertil siger Duval:

"...mathematical activity requires the development of an internal co-ordination between the various representation systems which can be chosen and used" (Duval, 2006, s. 2).

¹ Fagord er begreber, som er særlige for matematik, men som også kan være en del af hverdagssproget. Fx kan division få elever til at tænke på fodbold eller håndbold.

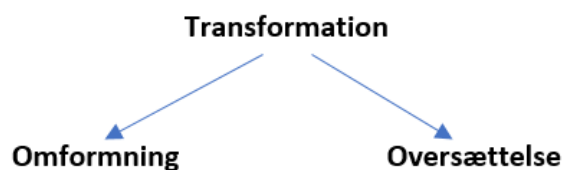
² Semiotiske systemer er et tegnbaseret system, som består af fx tal, symboler, geometriske figurer, diagrammer og grafer.

Eleverne skal lære at genkende de matematiske objekter i forskellige repræsentative systemer, og det er underviserens opgave at udvikle elevernes evne til at skifte mellem dem. Duval kalder de repræsentative systemer for semiotiske systemer og præsenterer betegnelsen "registre".

	Sproglige registre	Visuelle registre
Multi (ingen algoritmer for brug – bruges til kommunikation, visualisering mv.)	Mundtlige/skriftlige forklaringer i naturligt (hverdags)sprog: definitioner, sætninger, beviser	Ikoner: Tegninger Ikke-ikoner: geometriske figurer
Mono (algoritmer for brug i matematiske processer)	Symbolske skr. systemer: Beregninger, beviser	Diagrammer, grafer, tælletræ

Fra undervisningen på modulet "Elever med særlige behov i matematikundervisningen"

Til at beskrive skiftene indenfor ét register og mellem to registre præsenterer Duval begrebet transformationer og skelner mellem to typer: Omformning indenfor ét register og oversættelse mellem det sproglige og visuelle register.



Det er vigtigt at eleverne opnår forståelse for registrene og lærer at omforme og oversætte mellem dem, selvom det er vanskeligt. Det er min erfaring, at oversættelsen fra det sproglige register til det visuelle register skaber bedre forståelse, men det er også Duvals pointe, at eleverne skal blive gode til at gå begge veje. Dette skal eleverne derfor undervises i. Jeg er enig med Duval, som mener, at eleverne for hurtigt vil over i det symbolske register og lave en udregning, selvom en visuel repræsentation kan hjælpe. Her følger et eksempel fra FP10 maj 2012, 1.6:

Ida vil købe et bæger med to kugler is. Hun vil vælge de to kugler blandt tre slags is: Chokolade, pistacie og nougat. De to kugler kan være af samme slags is, eller de kan være af forskellig slags is. Det betyder ikke noget, i hvilken rækkefølge kuglerne kommer i bægeret.

- *Vis de forskellige muligheder med to kugler is, som Ida kan vælge mellem.*



Opgaven er stillet i hverdagssprog og i bydeform med begrebet "Vis". Der kan altså vælges frit mellem forskellige repræsentationer til brug for løsning. Eleven kan fejlagtigt *omforme* indenfor det sproglige register og svare $3 \cdot 3 = 9$ muligheder. Oversætter eleven i stedet til det visuelle register og laver en tegning med is eller et tælletræ, vil det blive mere synliggjort, hvis der laves is af samme slags, og at resultatet derfor ikke er 9.

Ovenstående eksempel fremhæver det potentielle udbytte af, at eleverne udvikler evnen til at oversætte mellem registre. Det er dog uvant for dem, hvorfor det er mit argument, at arbejdet med visuelle repræsentationer skal gennemsyre undervisningen, og at læreren skal finde tid til arbejdet med oversættelser, så eleverne øver sig i at skabe og forstå de visuelle repræsentationer og bruge dem som tænkeredskaber.

7. Strategier

Strategier er vigtigt at have fokus på i undervisningen, og når de diskuteres, så er fokus rettet mod, hvad der foregår, når eleven løser matematikopgaverne. Snorre Ostad skelner mellem opgavespecifikke strategier og metakognitive strategier (Ostad, 2013).

Opgavespecifikke strategier opdeles i retrieval- og backupstrategier, som dækker over de løsningsmetoder, eleverne har til rådighed, når de skal løse en bestemt opgave. Retrievalstrategier er, når eleven kan bringe viden i spil, som er lagret i langtidshukommelsen. Backupstrategier handler om en procedure ved brug af fysiske redskaber (Ostad, 2013). Eksempel på strategibrug kunne være at udregne $8 \cdot 7$. Ved brug af backupstrategi vil eleven fx bygge otte 7-stænger af centicubes eller tælle sig frem. En retrievalstrategi kunne være, at eleven ved, fra arbejde med kvadrater, at $7 \cdot 7 = 49$ og så lægge 7 til eller tænke $10 \cdot 7 = 14$. Om dette siger Ostad: *"Gode strategibrugere råder over et omfattende forråd af matematikrelevante strategikundskaber, der er fleksible med hensyn til at tilpasse strategianvendelsen i forhold til de udfordringer, de forskellige opgavetyper repræsenterer"* (Ostad, 2013, s. 105). Elever i matematikvanskeligheder har dog en udvikling af strategier, som Ostad kalder strategirigiditet (Ostad, 2013, s. 106), som betyder at de næsten gør tæt ved 100% brug af backupstrategier og har en lille variationsgrad i valget mellem strategier.

Ordblinde elever i matematikvanskeligheder har altså få eller ingen retrievalstrategier, hvilket også er min egen erfaring. Grunden hertil kan skyldes mangelfuld strategiundervisning. Kan vi nå at samle op på det på ét år på efterskolen? Nej, men hvad gør vi så? Effektiv strategianvendelse kan læres gennem undervisning (Ostad, 2013), så fokus må flyttes mod en anden form for strategianvendelse.

7.1 Metakognitive strategier

Metakognitive strategier omhandler en matematisk metode og lægger op til, at eleverne reflekterer over, hvad de gør i processen, samt hvad de skal gøre, når de kommer i vanskeligheder med den matematiske problemløsning. Hertil er udviklet forskellige problemløsningsmodeller, som dog i sig selv ikke er udtryk for en backup- eller retrievalstrategi, men som kan hjælpe eleverne til at få løsningsidéer, udnytte en mulig retrievalstrategi og få dem til at oversætte mellem det sproglige og visuelle register. Forskning viser, at det har en positiv effekt på elevernes faglige præstationer, og at elever med særlige behov i høj grad profiterer af at modtage undervisning i systematisk problembehandling (Rambøll & VIA UC m.fl., 2014, s. 5-6).

Olav Lunde har lavet en problemløsningsmodel til tekstbaserede opgaver (Lunde, 2002, s. 45):

1. *Spørgsmål*
2. *Jeg ved*
3. *Jeg ved også*
4. *Tegning*
5. *Overslag*
6. *Regn ud*
7. *Tekstvar*

I arbejdet med problemløsningsmodeller er det vigtigt, at eleverne diskuterer deres løsningsforslag og lader sig inspirere af hinanden, og at den visuelle repræsentation begrundes. Det udvikler også

elevernes evne til at oversætte tilbage fra det visuelle register til det sproglige register, som også var en vigtig pointe fra Duval. Forskning viser, at når eleverne diskuterer og sammenligner problembehandlingsstrategier, så hjælper det eleverne til at huske dem og skærper samtidig evnen til at overføre dem til nye matematiske områder (Rambøll & VIA UC m.fl, 2014).

Lundes problemløsningsmodel vil dog ikke være hensigtsmæssig til ordblinde elever i matematikvanskeligheder. Fælles for mange problemløsningsmodeller³ er, at de vil have eleven til at omskrive og omformulere efter opgaveteksten er læst. Det er i sig selv problematisk, da eleven ofte mister overblikket i teksten og ikke forstår den. Hvordan skal de så kunne gengive den med egne ord? De har derfor behov for en anden metakognitiv strategi.

Del II - Lærerens refleksion og handling

I de følgende afsnit vil der blive stillet skarpt lærerens muligheder for tiltag til at udvikle elevernes evne til at skabe visuelle repræsentationer og oversættelser mellem registre. Ligeledes vil jeg præsentere min model for en metakognitiv strategi, som er udviklet til ordblinde elever i matematikvanskeligheder.

8. Visuel tænkning med afsæt i sproget

Eleverne skal undervises i matematisk begrebsforståelse for at kunne oversætte fra det sproglige register til det visuelle register, så herunder følger øvelser, som kan give inspiration, men som også har fokus på elevernes evne til at tænke visuelt. Det er vigtigt, at læreren evaluerer på øvelserne sammen med eleverne: Hvad gik godt? Hvad var svært? Hvordan kan vi bruge det, når vi skal løse en matematikopgave?

8.1 Om at formulere og lytte

Tegningen på tavlen

Læreren hænger et ord eller billede op fx et rektangel eller mursten. Den ene elev sidder med ryggen til og har et hæfte og blyant i hånden. Den anden sidder overfor og kan se tavlen og skal nu beskrive for sin makker, som skal tegne. Når øvelsen er færdig, så skal eleverne diskutere, hvorfor det gik godt eller skidt. Tegneren kan komme med forslag til, hvordan man kunne have forklaret anderledes. Afslutningsvis skal læreren lave en fælles opsamling på, hvilke før-faglige og faglige begreber, som ville være hensigtsmæssige at bruge fx op, hen, vinkler, længde og side. Begreberne kan skrives på tavlen, så de er tilgængelige i runde 2, hvor rollerne byttes om og en anden geometrisk figur hænges op. Læreren kan kræve, hvilke ord, der ikke må siges eller skal siges, for at gøre øvelsen sværere/lettere. Ligeledes kan læreren ændre på sværhedsgraden af billedet.

GPS-løb⁴

Idéen er udviklet med fokus på elevernes sprog og evne til at oversætte mellem registre og som en afvekslende måde at lære matematik på. Løbet hedder "Generalen og soldaten", og eleverne er sammen i grupper af 2-4 personer. Løbet går i korte træk ud på, at generalen sidder i kommandocenteret (fx klasseværelset) med et satellit-kort med indtegnede poster og skal via

³ Flere modeller - se bilag 2.

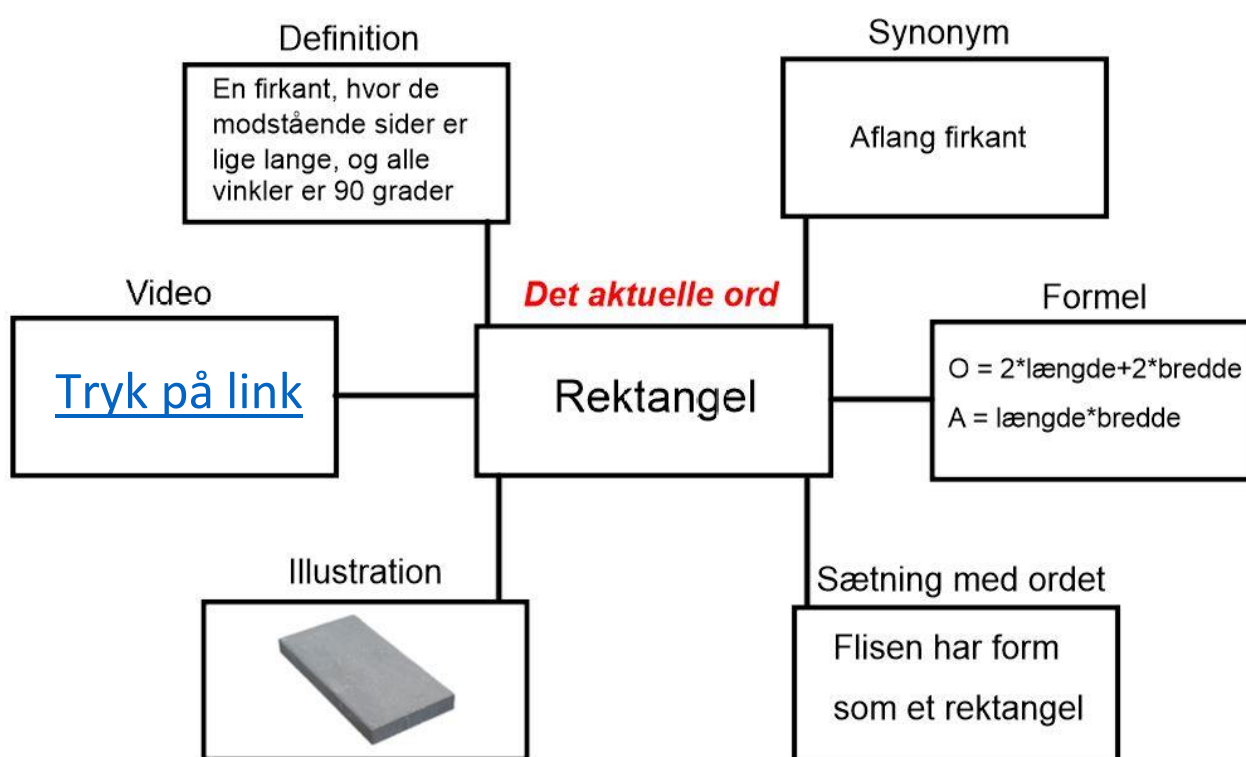
⁴ For detaljeret vejledning - se bilag 3.

telefonsamtale guide soldaten ud til posterne, som er billeder. Soldaten skal nu kommunikere tilbage til generalen, hvad der skal tegnes.

Fælles for de to ovenstående øvelser er, at eleverne træner den fonologiske sløjfe, øver deres før-faglige og faglige ord, samt i at lave oversættelser begge veje i Duvals register. Eleven, der modtager informationer, oversætter sproget til en visuel repræsentation. Eleven, der giver informationer, oversætter den anden vej og bliver udfordret på sit ordforråd og evne til at være konkret.

8.2 Betydningskort⁵

Som forklaret tidligere, så har ordblinde elever i matematikvanskeligheder ikke en grundlæggende forståelse af mange matematiske begreber, hvilket også er min erfaring. Betydningskort lader eleverne dykke dybere ned i begreberne og udfordrer dem på deres forståelse. Ligeledes udvikles deres evne til at oversætte mellem registre. Herunder følger et betydningskort, som jeg har udarbejdet med inspiration fra Merete Brudholms model. Jeg har tilføjet "video" med hensigten, at eleverne skal træne oversættelsen af ordet til en visuel repræsentation, mens de tegner og forklarer. Undervisningsformen er undersøgende, hvorfor lærerens rolle er at stille opklarende spørgsmål, som kan guide eleverne, når de går i stå. Som afslutning skal eleverne sammenligne deres besvarelser og begrunde deres valg som middel til refleksion, hvilket øger muligheden for lagring i langtidshukommelsen.



⁵ Skabelon til betydningskort - se bilag 4.

8.3 At arbejde med prøvesæt

Når eleverne arbejder med oversættelser mellem registre, så er det en fordel også at arbejde med prøvesættene for problemløsning. Lad os tage udgangspunkt i opgave 1.1 fra FP9 maj 2017:

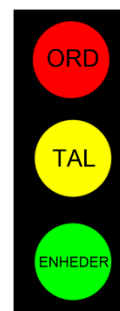
Lucas vil hjælpe sin far med at anlægge en terrasse med fliser. Terrassen skal have form som et rektangel. Den skal være 6,30 m lang og 4,20 m bred.

1.1 Du skal vise med beregning, at terrassens areal bliver ca. 26,5 m²



Læse og overstrege matematikord⁶

Når eleverne læser en opgave, så skal de lære at sortere i teksten for at kunne lave en visuel repræsentation. En øvelse hertil er at arbejde med overstregninger, mens de læser teksten og stiller sig selv spørgsmålet: "Hvilke ord og tal har betydning for, hvad jeg skal gøre?". Eleverne overstreger matematikord **røde**, tal **gule** og enheder **grønne** for at lave en visuel opdeling.



Til at begynde med, så vil eleverne strege for mange ord over, både før-faglige og faglige, men de kan faktisk blive rigtig gode til at vælge de betydningsbærende begreber ud, hvilket bekræftes af Pernille Pind⁷, som har arbejdet med elever i matematikvanskeligheder i 20 år. Øvelsen kan laves i makkerpar, og eleverne skal sammenligne deres resultater. De begreber, som de ikke forstår, skal de øve sig i at slå op på nettet. Senere kan der laves betydningskort på de vigtigste begreber. Denne øvelse er særlig vigtig ift. elevernes metakognitive strategi, som jeg vil uddybe i afsnit 10.

Ift. terrasseopgaven så vil eleverne skulle overstrege: **Rektangel**, **6,30**, **m** **lang**, **4,20** **m** **bred**, **beregning**, **areal**, **26,5** **m²**.

Kig på grafikken

En øvelse, som er vigtig ift. forståelse af opgaverne i prøvesættene, handler om fokus på illustrationerne. Jeg oplever, at eleverne ofte ikke får dem brugt, selvom de kan medvirke til en mental billeddannelse og dermed hjælpe dem til at oversætte teksten til en visuel repræsentation. I terrasse-opgaven kan billedet hjælpe eleverne til at fremhente viden fra deres arbejde med geometrien og anvende en retrievalstrategi. Læreren kan derfor lade eleverne diskutere illustrationerne og oversætte dem til det sproglige register.

⁶ Inspiration til øvelse - bilag 5.

⁷ Ud fra samtale, der fandt sted under et udviklingsprojekt.

9. Udvikling af evnen til at arbejde visuelt

9.1 Indledende øvelser

Oplæsning og tegn

Når læreren starter med målrettet at udvikle elevernes evne til at oversætte til det visuelle register, så kan det være en fordel at starte ud med øvelser, som får eleverne til at tegne og tænke visuelt. Her kan læreren oplæse regnehistorier⁸, hvor det faglige indhold ikke er højt, så alle elever kan få hånden til at bevæge blyanten samt få succesoplevelser.

Træk historie og tegn

Eleverne trækker fagligt lette regnehistorier fx ved slag med terning. Herefter skal de oversætte til det visuelle register. Eksempel på historie: *Otte elever har fire par sko hver. Dem opbevarer de i skabet på deres værelse. Efter en weekend hjemme har de tre par med tilbage. Hvor mange par sko har de tilsammen?*

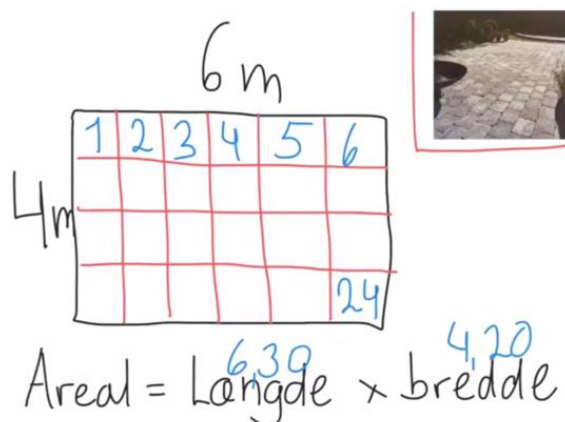
Fælles for de to indledende øvelser er, at eleverne arbejder individuelt og bagefter skal præsentere deres tegninger og genfortælle regnehistorien for en makker. Det er vigtigt, at eleverne argumenterer for deres valg for at optimere læringsudbyttet.

9.2 Flipped learning

Det er vigtigt, at læreren er eksemplarisk i sin undervisning og præsenterer mange forskellige visuelle repræsentationer af matematiske problemstillinger. Læreren kan i den forbindelse benytte sig af "flipped learning" princippet med skærmoptagelser og det interaktive tegneprogram ExplainEverything (EE). Fordelen ved EE er, at læreren kan lave repræsentationerne i forvejen og eleverne kan arbejde med dem i grupper og afspille og pause, mens de arbejder.

Diskussion af visuel repræsentation i EE

Læreren laver en visuel repræsentation af en problemløsningsopgave i EE ([klik her](#)). Eleverne arbejder i grupper og afspiller først videoen uden lyd, pauser undervejs og diskuterer tegneprocessen. Herefter afspiller de videoen med lyd, og de diskuterer processen med afsæt i deres første analyse. Til sidst laver eleverne deres egen tegning. Se eksempel på terrasse-opgaven:

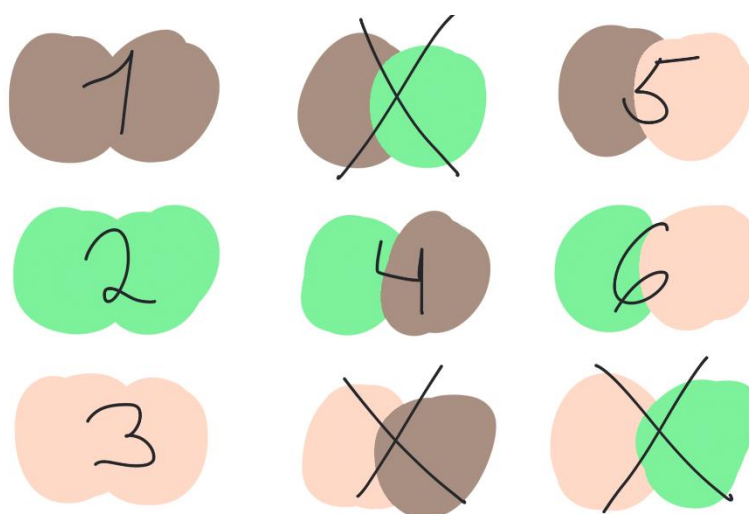


⁸ Eksempler - bilag 6.

Elevproduktioner i EE

I arbejdet med kombinatorik får eleverne udleveret en tekstbaseret problemløsningsopgave fx is-opgaven (se s. 6), som de skal tegne i makkerpar i EE. Herefter går de sammen med en anden gruppe og forklarer deres videoer, hvorefter de diskuterer, hvad der var svært, og hvordan de kom videre. Alternativt kan øvelsen laves på papir, hvor eleverne efterfølgende forklarer processen for en anden gruppe. Læreren må undervejs stille opklarende spørgsmål og komme med idéer, når de går i stå. Ligeledes må der stilles undrende spørgsmål til elevernes repræsentationer, så de skal begrunde deres valg.

For et eksempel på tegneprocessen af is-opgaven i EE ([klik her](#)) ellers se tegning:



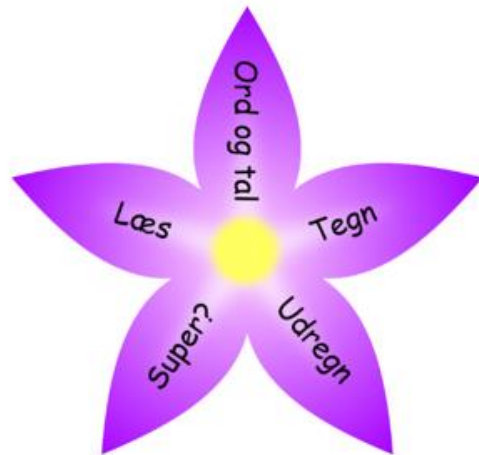
10. LOTUS - en metakognitiv strategi

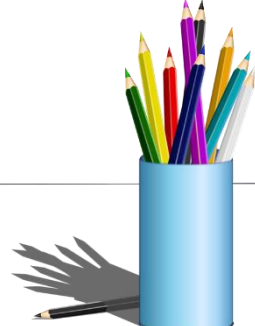
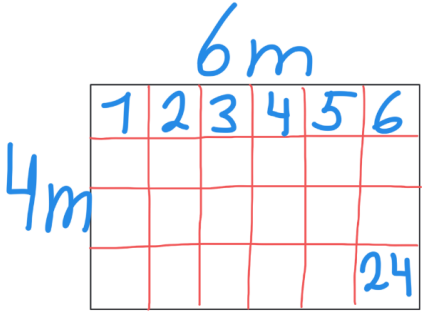
Når det handler om at give eleverne strategier, så vil min model for en metakognitiv strategi, LOTUS, være et bud på, hvordan læreren sikrer, at eleven arbejder med oversættelser af ord, tal og symboler til en visuel repræsentation. Ligesom de visuelle repræsentationer skal være tænkeredskaber, så skal LOTUS være en naturlig strategi for eleverne, når de skal løse tekstbaserede opgaver i matematik. Sideløbende til arbejdet med LOTUS, skal læreren stadig lave tiltag, som udvikler elevernes evne til at oversætte mellem registre. Essensen ved metakognitive strategier er, at eleverne skal reflektere over deres valg, så tænkningen igangsættes, og de lagrer viden. Denne refleksion igangsættes, når eleverne bruger LOTUS i undervisningen og skal sammenligne og diskutere deres valg i grupper.

En god pointe til opstarten af arbejdet med LOTUS er, at eleverne med egne ord skal forklare, hvad de forbinder med de forskellige trin i strategien. Dette er for at udvikle bevidstgørelsen hos eleverne omkring modellens anvendelse.

Herunder følger et eksempel på, hvordan modellen kan bruges til løsningen af terrasse-opgaven (for videogennemgang [klik her](#)). For at afhjælpe nogle af de udfordringer, som eleverne kan opleve undervejs, så henviser jeg til min hjemmeside www.matematik-kassen.dk.

LOTUS



Læs   ORD TAL ENHEDER	Lucas vil hjælpe sin far med at anlægge en terrasse med fliser. Terrassen skal have form som et rektangel. Den skal være 6,30 m lang og 4,20 m bred. Du skal vise med beregning, at terrassens areal bliver ca. 26,5 m².
Ord og tal 	Rektangel Længde 6,30 m Bredde 4,20 m Beregning Areal 26,5 m²
Tegn 	
Udregn    matematik-kassen.dk	Areal for rektangel er længde · bredde Areal = 6,30 m · 4,20 m Areal = 26,46 m²
Super? 	Arealet skulle være ca. 26,5 m². Jeg fik det til 26,46 m². Altså passer det 😊

Læs

Her skal eleverne bruge deres oplæringsværktøj fx CD-ord. Det vigtigt, at eleverne overstreger de informationer, som skal bruges til løsningen af opgaven. Her får de brug for deres erfaringer fra øvelsen "Læse og overstrege matematikord".

Ord og tal

Her tilføjes de ord og tal, som de har overstreget. I dette tilfælde har det stor værdi, hvis eleverne har arbejdet med et betydningskort for rektangel, som jeg præsenterede tidligere. Er der ord, som de ikke forstår, fx rektangel, så skal de have en metode til løsning. Se "Ord" på matematik-kassen.dk.

Tegn

Eleverne skal bruge de udvalgte tal og begreber og oversætte dem fra det sproglige register til det visuelle register. Oversættelsen hjælper dem med at finde frem til, hvad de skal gøre. I dette tilfælde at kunne beregne rektanglets areal. Hvis der skal bruges tal i den visuelle repræsentation, så kan det være en fordel at afrunde for nemmere behandling, da eleverne ofte har svært ved decimaler og store tal.

Udregn

Eleven ved nu, via oversættelsen til den visuelle repræsentation, hvordan de vil løse opgaven. Hertil kan de bruge et passende hjælpemiddel fx Wordmat eller GeoGebra og finde hjælp i en formelsamling. Ordblinde elever har dog organisatoriske problemer, som udfordrer dem, når de skal navigere rundt mellem de hjælpemidler, som de må anvende til problemløsningsopgaver. Det er ligeledes problematisk, at elever i matematikvanskeligheder næsten gør 100% brug af backupstrategier. Så hvis de, via tegningen, ikke kan fremhente en passende retrievalstrategi, så har de brug for at hjælpe til løsningen. Matematik-kassen.dk kender de fra den daglige undervisning, og hjemmesiden fungerer som en digital matematisk værktøjskasse, hvor de kan finde regnemaskiner og få videohjælp til løsningsmetoder. Det er min erfaring, at formelsamlinger, jf. svært sprogbrug og tekstmængde, generelt ikke er velegnede til ordblinde elever i matematikvanskeligheder.

Super?

Her skal eleven reflektere over sit resultat. Det betyder, at de skal læse opgaven igen, sammenholde det med deres visuelle repræsentation og være opmærksom på, om der er enhed efter resultatet. I undervisningen skal eleverne sammenligne deres modeller.

11. Konklusion

Ordblinde elever i matematikvanskeligheder er, jf. PISA-2003, del af en gruppe, som har så svært ved matematikken, at de ikke kan leve op til morgendagens krav og behov. Disse udfordringer skyldes bl.a. matematikken som fremmedsprog, strategirigiditet samt udfordringer på arbejdshukommelsen og den fonologiske sløjfe. Trods disse udfordringer, så kan eleverne stadig få succes i matematik. Læreren skal igangsætte undervisningstiltag, der udvikler elevernes sprog og begrebsforståelse, så de kan lave oversættelser mellem det sproglige register og visuelle register, da det er grundlæggende for læring af matematik. Ligeledes skal arbejdet med visuelle repræsentationer være et grundelement undervisningen, så eleverne udvikler evnen til at skabe dem og anvende dem som tænkeredskaber og til at få løsningsidéer. Det er derfor vigtigt, at læreren tilrettelægger undervisning, som specifikt har til mål at udvikle denne evne, hvilket jeg har vist, at der er gode muligheder for. Læreren må ligeledes have fokus på at være inspirerende og eksemplarisk i sine oversættelser af opgaver til visuelle repræsentationer.

Eleverne gør oftest brug af backupstrategier, men effektiv strategianvendelse kan læres, hvorfor LOTUS, som metakognitiv strategi, skal være et naturligt udgangspunktet for arbejdet med problemløsningsopgaver, så eleverne dechifrerer teksten med overstregninger, oversætter til en visuel repræsentation og med en retrievalstrategi eller med støtte fra et hjælpemiddel får lavet en passende udregning. Som nævnt viser forskning, at metakognitive strategier (LOTUS) har en positiv effekt på elevernes faglige præstationer, og når de diskuterer og reflekterer, så kan de lagre viden i langtidshukommelsen.

Opsummeret skal fokus på sprog, visuelle repræsentationer og en metakognitiv strategi være grundelementer i udvikling af elevernes matematiske forståelse.

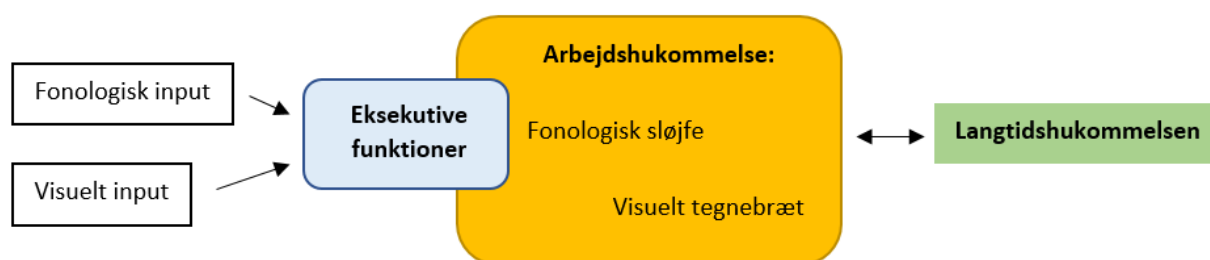
12.Litteraturliste

- Duval, R. (2006). A crucial issue in mathematical education: The ability to change representation register. *Educ. Stud. Math.*
- Henderson, A. (2012). *Dyslexia, dyscalculia and Mathematics. A practical guide, 2nd Edition*. Routledge.
- Jensen, T. P., & Holm, A. (2000). Danskernes læse-regne-færdigheder - i et internationalt lys. AKF Forlaget.
- Lindenskov, L. (2010). Introduktion til matematikvanskeligheder - baggrund og begreber. *Matematik nr. 1*.
- Lundberg, I., & Sterner, G. (2008). *Regne- og læsevanskeligheder, 1. udgave, 1. oplag*. Lindhardt og Ringhof Forlag A/S.
- Lunde, O. (2002). *Rummelighed i matematik C - om at støtte eleven, 1. udgave, 2. oplag, oversat og bearbejdet af Michael Wahl*. Malling Beck A/S.
- Olsen, A. (n.d.). *Mit liv som ordblind - en personlig beretning, 2. udgave*.
- Ostad, S. A. (2013). Strategier, strategiudvikling og strategiundervisning med fokus på den basale matematiklæring, 1. udgave, 1. oplag. I *Håndbog om matematik i grundskolen - læring, undervisning og vejledning*. Dansk Psykologisk Forlag A/S.
- Rambøll & VIA UC m.fl, R. &. (2014). *Forskningsbaseret viden om matematik*.
- Reikerås, E. (2007). Lesing og regning. *Læsepædagogen nr. 1*.
- Wahl, M. (2010). *Matematiske billeder, sprog og læsning, 1. udgave, 2. oplag*. Dafolo.

Bilag 1 - Ordblind i matematikundervisningen⁹

Den største vanskelighed for ordblinde er sproget i matematikken: Læse¹⁰, skrive, forstå svære matematikord og forstå skrevne problemer. Derudover inkluderer ordblindhed symptomer på svag arbejdshukommelse og organisatoriske problemer (Henderson, 2012). Faglig læsning og tekstbaserede opgaver er en stor del af matematikken, hvorfor ordblinde elever bliver sat stærkt på prøve. En effektiv arbejdshukommelse er nødvendig for, at eleven kan lære nye ord (Lundberg & Sterner, 2008), men også nødvendig for, at eleverne kan lagre tilgange og strategier i langtidshukommelsen til brug, når de skal løse en opgave.

Nedenstående model¹¹ illustrerer arbejdshukommelsens betydning for at fonologiske og visuelle indtryk lagres i langtidshukommelsen:



Arbejdshukommelsen gør eleverne i stand til at planlægge og kontrollere deres arbejde, når de søger at løse og formulere problemløsningsopgaver i matematik (Wahl, 2010, s. 8). Arbejdshukommelsen består af de "eksekutive funktioner", som kontrollerer, prioriterer og hæmmer opmærksomheden fra de fonologiske og visuelle input. Eksempelvis vil arbejdshukommelsen ikke få input, hvis elevens opmærksomhed er rettet mod andre ting end undervisningen såsom sociale medier på mobilen og computeren. Underliggende de eksekutive funktioner ligger den "fonologiske sløjfe" og det "visuelle tegnebræt", som midlertidigt fastholder den information, som er under behandling. Den fonologiske sløjfe fastholder sproglig information, og det visuelle tegnebræt fastholder og manipulerer information udgjort af billeder.

Elevernes udfordringer på at fastholde fonologiske input i arbejdshukommelsen oplever jeg ofte i og udenfor undervisningen i matematik. De er udfordrede på mundtlige beskeder og instruktioner, og fælles gennemgange af både nyt og ukendt stof.

En undersøgelse viser at læsefærdighedsniveauet har stor betydning for, om eleverne kan løse mundtligt stillede opgaver uden mulighed for at notere og tegne, og at læsesvage elever finder disse opgaver vanskelige. *"Mangel på visuel støtte i regningen kan være et kritisk punkt for læsesvage"* (Reikerås, 2007, s. 9).

Ovenstående undersøgelse understreger ordblinde elevers udfordringer med arbejdshukommelsen og den fonologiske sløjfe, og disse udfordringer tydeliggør ligeledes ordblinde elevers behov for at

⁹ For yderligere uddybning af ordblindhed henvises til Den Internationale Dysleksiorganisation på <https://dyslexiaida.org/definition-of-dyslexia/>.

¹⁰ For uddybning af læseforståelse - se næste afsnit "Om læseforståelse"

¹¹ Model udarbejdet ud fra Lundberg & Sterner, 2008, s. 32

overstreget, notere og tegne vigtige informationer i problemløsningsopgaver, når de bruger deres oplæsningsværktøjer fx CD-ord og Intowords. I forlængelse deraf har elevernes sprog, ordforråd og forståelse for de matematiske begreber essentiel betydning for deres forudsætninger for at forstå den oplæste matematikopgave. Dette kræver derfor, at der i undervisningen, udover fokus på elevernes evne til at notere og skabe visuelle repræsentationer, arbejdes med udvikle deres matematiske sprog.

Om læseforståelse

Her redegøres for, hvad læsning indebærer, da det er det grundlæggende for at forstå, hvilke udfordringer, som ordblinde har ved netop dette.

I forståelsen af hvilke elementer, som gør sig gældende ved læsning, bruges ofte følgende formel, hvor ordblinde elever får hjælp til afkodning ved brug af kompenserende hjælpemidler:

$$Læsning = afkodning \cdot forståelse$$

Jeppe Bundsgaard har dog udvidet formelen (i artikel i "Læsepædagogen" nr. 5, 2010), som tydeliggør de mange elementer og krav, som gør sig gældende ved god læseforståelse:

Læseforståelse = (Forlæsning + Aflæsning + Medlæsning) * Ordforståelse * Tekstforståelse * Scenarieforståelse * Kontekst * Læseform * Eget projekt

Førlæsning: Læsning af billeder og konteksten før tekst.

Aflæsning: Læsning af skrifttegn, ordbilleder, billeder og layout.

Medlæsning: Læse billeder og andre udtryk, som begrænser de mulige tolkninger.

Ordforståelse: Ord betyder noget forskelligt, afhængig af sammenhængen. Er man i stand til at gå ind i ordenes arkæologi og afkode tilhørsforhold og sammenhænge?

Tekstforståelse: Det at kunne se ordene som udtryk for en given genre.

Scenarieforståelse: At kunne skabe sig et forestillingsbillede af indholdet.

Kontekst: At forbinde tekstens indhold med kommunikationssituationen.

Læseform: Opmærksomhed på at læse en tekst på en måde, som passer til projektet og tekstens indhold.

Eget projekt: Man læser en tekst for at gøre noget med den - hvor motiveret er man for at læse, hvilke positive og negative oplevelser har man med i rygsækken af at læse en given tekst.

Bilag 2 - Eksempler på problemløsningsmodeller

Michael Wahls model

Nedenstående problemløsningsmodel har til formål at fungere som støttende stillads for elevers møde med tekstbaserede problemløsningsopgaver (Wahl, 2010, s. 94).

Arbejdsgang i makkerpar:

1. Læs opgaven højt (læseafkodning)
2. Genfortæl opgaven med egne ord (læseforståelse)
3. Hvad handler opgaven om, og hvordan skal den løses? (elementær læsekompetence)
4. Tegn et billede af opgaven (mental repræsentation)
5. Find og vælg løsningsstrategi
6. Giv et overslag (hverdagserfaringer og talforståelse)
7. Udregn resultatet (matematikfaglige færdigheder)
8. Sammenhold resultatet med overslaget og spørgsmålet (refleksion)

LOVPORT af Pernille Pind¹²

Herunder Pernille Pinds problemløsningsmodel:

1. Læs grundigt (gerne med makker, slå ukendte ord op, understreg centrale ord)
2. Omformulér (omformulér opgaven med egne ord og forklar opgaven for en makker)
3. Visualisér (få skabt et mentalt billede af problemet eller tegn)
4. Planlæg (hvordan problemet skal løses)
5. Overslag (gæt på løsning eller formulér en hypotese om løsningen. Inddrag egne erfaringer)
6. Regn (udfør planlægningen, måske man har taget fejl og må tilbage og planlægge igen)
7. Tjek (sørg for at løsningen passer med gættet. Stemmer de overens? Hvis ikke, hvorfor?)

Fra studie i USA

Problemløsningsmodellen nedenfor findes fra et studie i USA, hvor eleverne bruger den til at arbejde med tekstbaserede matematiske problemstillinger (Rambøll & VIA UC m.fl, 2014, s. 5):

1. Læs problemet (read)
2. Omskriv problemet (paraphrase)
3. Visualisér problemet (visualize)
4. Gengiv problemet (re(estate))
5. Opstil en forventning til løsningen (hypothesize)
6. Giv et skøn på løsningen (estimate)
7. Udregn problemet (compute)
8. Vurdér løsningen (self-check)

¹² <https://pindogbjerre.dk/laesestof/problemloesning-lovport/>

Bilag 3 - GPS løbet "Generalen og soldaten"

Formål

- At øve sig at kommunikere retninger.
- At træne sin stedsans.
- At øve sig i at oversætte visuelle repræsentationer til sproglig information.
- At træne evnen til at lave en visuel repræsentation på baggrund af sproglig information.
- At være aktiv og få sved på panden

Beskrivelse

Læreren har på forhånd været ude i området og sætte poster op med billeder af specielle og ukendte geometriske figurer. Eleverne går sammen i makkerpar, hvor den ene er general og den anden er soldat. Generalen sidder i kommandocenteret fx klasseværelset, mens soldaten er ude i felten. Generalen har fået et satellit-kort over området (evt. uden vejnavne) med indtegnede poster, som soldaten ikke har set, og skal nu over telefonen guide sin makker ud til posterne. Dette kræver god og konkret kommunikation. Når soldaten har fundet posten, så skal han beskrive figuren for generalen, som skal tegne den. Hele løbet foregår på tid fx 1 time. Inden der er gået 30 minutter skal de have skiftet roller, ellers er der minuspoint pr. minut de skifter for sent. De får ligeledes minuspoint, hvis ikke de begge er tilstede i kommandocenteret, når løbet er slut.

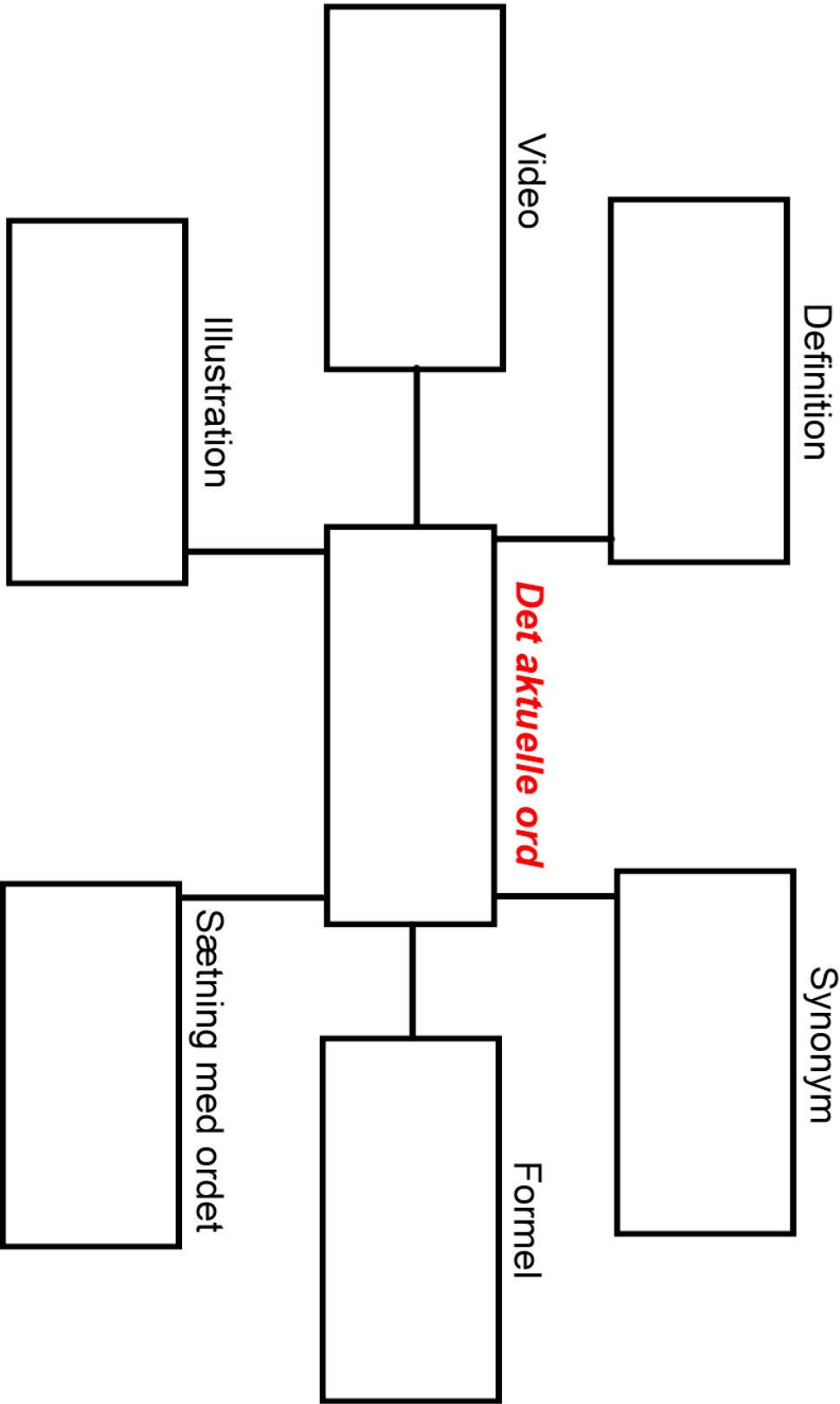
Forslag til ændringer

Alternativt kan læreren lavet GPS-løbet over app'en Mapop, som findes både til Android og iOS. Her kan læreren fra programmets hjemmeside oprette poster, som læreren kan sætte til at indeholde video, billeder, tekst osv. Der findes oplæsningsfunktion integreret i Mapop app'en. Via appens GPS tracking guides soldaten i den rigtige retning. Når soldaten befinder sig på det rigtige sted, så kommer posten op på skærmen fx et billede af en speciel figur, som han via telefonsamtale beskriver for generalen i kommandocenteret. Når opgaven er løst, bliver soldaten sendt videre til næste post. Læreren kan via hjemmesiden bestemme, at alle soldater får posterne i uvilkaarlig rækkefølge, så de ikke bliver sendt ud til de samme poster.

For at gøre det sværere, så kan læreren lave små regnehistorier, som soldaten skal fortælle videre til generalen. Så kan de i fællesskab komme med idéer til, hvordan man kan lave en passende visuel repræsentation, hvormed de træner deres evne til at oversætte fra det sproglige register til det visuelle register.

Point

- Der gives point for ekstraordinært samarbejde, fairplay og holdånd (1-5 point)
- Kommunikation (1-5 point)
- Antal løste opgaver (2 point pr. løst opgave)
- Om tegningerne ligner de geometrisk figurer (1-5 point pr. figur)

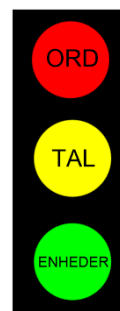


Bilag 5 - Øvelse i overstregning

Nedenstående er en øvelse i at finde matematikord, som jeg har lavet til mine elever. De skal lave en overstregning hver gang, de mener, at de støder på et matematikord, et tal eller en enhed. Overstregningerne skal have forskellige farver: Rød = matematikord, gul = tal og grøn = enheder.

Eleverne træner her deres fonologiske sløje og evne til at kunne udvælge relevante oplysninger i en tekstbaseret matematikopgave. Øvelsen kan med fordel laves i makkerpar, så eleverne har mulighed for at diskutere deres valg. Efterfølgende skal de sammenligne deres resultater med en anden gruppe, hvor de skal argumentere for deres resultater.

Find matematikord, tal og enheder



6.1

På Farsø Efterskole går der 98, som er et lige tal. 46 er Medborgere og 52 er Verdensborgere. De giver et stort antal kroner for at få et fantastisk år. De fleste bygninger på skolen er firkantede. Nogle har form som et rektangel og nogle har form som et kvadrat. Den største bygning er hallen. Den er 60 meter lang og 30 meter bred og har et areal på 1800 m². Her dyrker de meget sport, så nogle bliver nogle kilo lettere. Andre bliver nogle gram tungere, fordi de kan lide at bestille pizza. De koster mellem 55 kr. og 70 kr. pr. stk. Eleverne er teenagere, så de vokser meget i højden og i bredden.

- Skriv alle de **matematikord**, som I kan finde
- Skriv alle de **tal**, som I kan finde.
- Skriv alle de **enheder**, som I kan finde

6.2

En matematiktime varer 60 minutter, så de har meget undervisning på en uge. En femtedel af timerne er valgfag. I weekenden bliver eleverne nogle gange på skolen. I gennemsnit er der mellem 20 og 30 elever plus 2 lærere. Mange har langt hjem og kører over 50 km. for at komme hjem til mor og far, som har betalt mange kroner for efterskoleopholdet. Nogle bor langt ude på landet og andre bor i centrum af en by, men ofte indenfor en radius af deres venner.

20 af weekenderne har et særligt program, og varer mange timer. Ganger man det sammen, så får man næsten 1000 timer med sjov og ballade. I sidste weekend fik 25 elever 1250 kr. til at handle ind for. Dividerer man det, så fik hver elev 50 kr. De kørte 8 km. ind til Farsø og bestemte selv, hvad de skulle købe. 1 elev købte for eksempel en 20 cm. stor leverpostej, som kostede 15,95 kr. I det tal er der 2 decimaler.

- Skriv alle de **matematikord**, som I kan finde
- Skriv alle de **tal**, som I kan finde.
- Skriv alle de **enheder**, som I kan finde

Bilag 6 - Regnehistorier

Regnehistorierne, som indledende øvelse, handler om, at eleverne skal få lavet nogle tegninger. Det faglige niveau skal altså tilpasses, så alle kan være med. Målet er, at de får skabt sig erfaringer med at oversætte oplæst tekst til en visuel repræsentation. Ud fra den visuelle repræsentation skal de kunne forklare for en makker, hvilken udregning de vil lave for at finde svaret. Det er altså ikke selve resultatet, som er i fokus, men hvordan man skal regne den.

Læreren kan selv bestemme, hvad det matematiske emne skal være i regnehistorierne. Hvis klassen skal i gang med et emne i geometri, så kan fokus ligge her.

Nedenstående regnehistorier er eksempler med forskelligt matematisk indhold:

- Karl har en dejlig familie. En dag bliver han spurgt i børnehaven, hvor gamle de er i hans familie. Karls mor er 40 år gammel, og hans far er 45 år gammel. Karl er selv 7 år og hans søster er dobbelt så gammel, som han er. Hvor mange år er de tilsammen?
- Karl bor på en gård ude på landet, hvor de har køer. Køerne skal fodres morgen og aften. Det tager Karls far 1 time at fodre dem hver gang. Hvor lang tid bruger Karls far på at fodre dyr om ugen?
- Karl går i børnehave, og han elsker at lege. Børnehaven er ved at bygge en ny firkantet sandkasse. Sandkassen bliver 5 meter lang og 4 meter bred. Hvor stor bliver sandkassen? (Her vil eleverne komme med forskellige bud på løsning. Nogle vil tænke i omkreds, mens andre i areal, hvilket også er en diskussion værdig).
- Når Karl leger i børnehaven om sommeren, så bliver han tørstig. Han har en drikkedunk på 0,5 liter, som han fylder fra børnehavens vandbeholder på 5 liter. Hvor mange gange kan Karl fylde sin drikkedunk fra vandbeholderen?
- Om 10 år vil Karl gerne på efterskole, men det er dyrt. Derfor begynder Karls forældre at spare op allerede nu. De kan spare 10.000 kr. op om året. Hvor mange penge har de sparet op, når Karl skal på efterskole?